

Linguagens formais e autômatos

Forma Normal de Greibach

Gabriel V C Candido
gabriel.candido@ifpr.edu.br

Instituto Federal do Paraná - Pinhais

Sumário

Forma Normal de Greibach

GLC com regras do tipo:

- ▶ $S \rightarrow \lambda$
- ▶ $A \rightarrow aw$, onde w só tem variáveis

Como transformar em FNG

$$G: \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow CB \\ B \rightarrow BBD \quad | \quad b \\ C \rightarrow BBC \quad | \quad Dc \\ D \rightarrow AD \quad | \quad d \end{array} \right. \quad G': \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow CB \\ B \rightarrow BBD \quad | \quad b \\ C \rightarrow BBC \quad | \quad DE \\ D \rightarrow AD \quad | \quad d \\ E \rightarrow c \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Sempre que houver recursividade direta à esquerda, removemos conforme visto anteriormente.

Sempre que houver uma regra do tipo $A \rightarrow By$ onde a ordenação de B é menor do que a de A, vamos substituir B.

Como transformar em FNG

Vamos ordenar as regras:

$A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, E = 5.$

$$G': \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow CB \\ B \rightarrow BBD \quad | \quad b \\ C \rightarrow BBC \quad | \quad DE \\ D \rightarrow AD \quad | \quad d \\ E \rightarrow c \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Remover recursão de B

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow BBD \quad | \quad b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \quad | \quad DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \quad | \quad d \\ (5) \quad E \rightarrow c \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \quad | \quad b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \quad | \quad DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \quad | \quad d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \quad | \quad BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Problema de ordenação em C

Substituir a variável com problema por todo o lado direito dela:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Problema de ordenação em C

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Problema de ordenação em D

Substituir a variável com problema por todo o lado direito dela:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Problema de ordenação em D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow CBD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Novo problema de ordenação em D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow CBD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Novo problema de ordenação em D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid DEBD \\ (4) \quad D \rightarrow d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Problema de recursividade em D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid DEBD \\ (4) \quad D \rightarrow d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Problema de recursividade em D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$$

Forma Normal de Greibach

Até agora, temos uma gramática sem recursividade à esquerda e que respeita a ordenação, mas ainda não está na forma:

- ▶ $S \rightarrow \lambda$
- ▶ $A \rightarrow aw$, onde w só tem variáveis

Forma Normal de Greibach

Agora precisamos olhar da maior ordenação para a menor, consertando regras que não estão na FNG.

Como transformar em FNG

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$$

Como transformar em FNG

Temos um problema na regra $C \rightarrow DE$, que não começa com um terminal.

Vamos substituir D por todas as suas derivações.

Como transformar em FNG

Problema na regra C

- $\left\{ \begin{array}{l} (1) \ A \rightarrow CB \\ (2) \ B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \ C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \\ (3) \ C \rightarrow bBCBDE \mid bZ_1BCBDE \mid dE \\ (3) \ C \rightarrow bBCBDZ_2E \mid bZ_1BCBDZ_2E \mid dZ_2E \\ (4) \ D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \ D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \ E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$

Como transformar em FNG

Problema na regra A

- $\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow bBCB \mid bZ_1BCB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDEB \mid bZ_1BCBDEB \mid dEB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDZ_2EB \mid bZ_1BCBDZ_2EB \mid dZ_2EB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDE \mid bZ_1BCBDE \mid dE \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDZ_2E \mid bZ_1BCBDZ_2E \mid dZ_2E \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$

Como transformar em FNG

Problema nas regras Z

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow bBCB \mid bZ_1BCB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDEB \mid bZ_1BCBDEB \mid dEB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDZ_2EB \mid bZ_1BCBDZ_2EB \mid dZ_2EB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDE \mid bZ_1BCBDE \mid dE \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDZ_2E \mid bZ_1BCBDZ_2E \mid dZ_2E \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow bZ_1DZ_1 \mid bDZ_1 \mid bZ_1D \mid bD \\ Z_2 \rightarrow cBD \mid cBDZ_2 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

(1)	$A \rightarrow BC$		λ
(2)	$B \rightarrow BC$		DC
(3)	$C \rightarrow BC$		b
(4)	$D \rightarrow BD$		c

Exemplo 1

Problema de recursividade na regra B

$$\left\{ \begin{array}{lll} (1) & A \rightarrow BC & | \quad \lambda \\ (2) & B \rightarrow BC & | \quad DC \quad | \quad a \\ (3) & C \rightarrow BC & | \quad b \\ (4) & D \rightarrow BD & | \quad c \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema de recursividade na regra B: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow BC \quad | \quad b \\ (4) \quad D \rightarrow BD \quad | \quad c \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema de ordenação na regra C

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow BC \quad | \quad b \\ (4) \quad D \rightarrow BD \quad | \quad c \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema de ordenação na regra C: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \\ (3) \quad C \rightarrow DCC \quad | \quad aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \quad | \quad aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow BD \quad | \quad c \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema de ordenação na regra D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \\ (3) \quad C \rightarrow DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow BD \mid c \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema de ordenação na regra D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \\ (3) \quad C \rightarrow DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \\ (4) \quad D \rightarrow DCD \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow DCZ_1D \mid aZ_1D \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema de recursividade na regra D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \mid DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \mid aZ_1D \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow DCZ_1D \mid DCD \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema de recursividade na regra D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \quad | \quad DCC \quad | \quad aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \quad | \quad aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \quad | \quad aZ_1D \quad | \quad aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \quad | \quad aZ_1DZ_2 \quad | \quad aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \quad | \quad CD \quad | \quad CZ_1DZ_2 \quad | \quad CDZ_2 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Agora voltando na ordenação

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \quad | \quad DCC \quad | \quad aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \quad | \quad aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \quad | \quad aZ_1D \quad | \quad aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \quad | \quad aZ_1DZ_2 \quad | \quad aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \quad | \quad CD \quad | \quad CZ_1DZ_2 \quad | \quad CDZ_2 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema na regra C

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \quad | \quad aZ_1C \quad | \quad aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \quad | \quad DCC \\ (4) \quad D \rightarrow c \quad | \quad aZ_1D \quad | \quad aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \quad | \quad aZ_1DZ_2 \quad | \quad aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \quad | \quad CD \quad | \quad CZ_1DZ_2 \quad | \quad CDZ_2 \end{array} \right.$$

Exemplo 1

Problema na regra C: resolvido

- $$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \quad | \quad aZ_1C \quad | \quad aC \\ (3) \quad C \rightarrow cCC \quad | \quad aZ_1DCC \quad | \quad aDCC \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CC \quad | \quad aZ_1DZ_2CC \quad | \quad aDZ_2CC \\ (3) \quad C \rightarrow cCZ_1C \quad | \quad aZ_1DCZ_1C \quad | \quad aDCZ_1C \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CZ_1C \quad | \quad aZ_1DZ_2CZ_1C \quad | \quad aDZ_2CZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \quad | \quad aZ_1D \quad | \quad aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \quad | \quad aZ_1DZ_2 \quad | \quad aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \quad | \quad CD \quad | \quad CZ_1DZ_2 \quad | \quad CDZ_2 \end{array} \right.$$



Exemplo 1

Problema na regra B, A, Zs

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \quad | \quad \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \quad | \quad a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \quad | \quad aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \quad | \quad aZ_1C \quad | \quad aC \\ (3) \quad C \rightarrow cCC \quad | \quad aZ_1DCC \quad | \quad aDCC \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CC \quad | \quad aZ_1DZ_2CC \quad | \quad aDZ_2CC \\ (3) \quad C \rightarrow cCZ_1C \quad | \quad aZ_1DCZ_1C \quad | \quad aDCZ_1C \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CZ_1C \quad | \quad aZ_1DZ_2CZ_1C \quad | \quad aDZ_2CZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \quad | \quad aZ_1D \quad | \quad aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \quad | \quad aZ_1DZ_2 \quad | \quad aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \quad | \quad CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \quad | \quad CD \quad | \quad CZ_1DZ_2 \quad | \quad CDZ_2 \end{array} \right.$$



Forma Normal de Greibach

Saímos de uma gramática pequena para uma gramática com +100 regras.

Entretanto, o caminho de derivações na FNG é muito menor e, portanto, mais rápido.