

# Linguagens formais e autômatos

## Forma Normal de Greibach

Gabriel V C Candido  
[gabriel.candido@ifpr.edu.br](mailto:gabriel.candido@ifpr.edu.br)

Instituto Federal do Paraná - Pinhais

# Sumário

# Forma Normal de Greibach

GLC com regras do tipo:

▶  $S \rightarrow \lambda$

▶  $A \rightarrow aw$ , onde  $w$  só tem variáveis

# Como transformar em FNG

$$G: \left\{ \begin{array}{l|l} A \rightarrow CB & \\ B \rightarrow BBD & b \\ C \rightarrow BBC & Dc \\ D \rightarrow AD & d \end{array} \right. \quad G': \left\{ \begin{array}{l|l} A \rightarrow CB & \\ B \rightarrow BBD & b \\ C \rightarrow BBC & DE \\ D \rightarrow AD & d \\ E \rightarrow c & \end{array} \right.$$

# Como transformar em FNG

Sempre que houver recursividade direta à esquerda, removemos conforme visto anteriormente.

Sempre que houver uma regra do tipo  $A \rightarrow By$  onde a ordenação de B é menor do que a de A, vamos substituir B.



# Como transformar em FNG

Vamos ordenar as regras:

$A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, E = 5.$

$$G': \left\{ \begin{array}{l|l} A \rightarrow CB & \\ B \rightarrow BBD & b \\ C \rightarrow BBC & DE \\ D \rightarrow AD & d \\ E \rightarrow c & \end{array} \right.$$

# Como transformar em FNG

Remover recursão de B

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow BBD \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

# Como transformar em FNG

## Problema de ordenação em C

Substituir a variável com problema por todo o lado direito dela:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$





# Como transformar em FNG

## Problema de ordenação em C

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow BBC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

# Como transformar em FNG

## Problema de ordenação em D

Substituir a variável com problema por todo o lado direito dela:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$



# Como transformar em FNG

## Problema de ordenação em D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow AD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow CBD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

# Como transformar em FNG

Novo problema de ordenação em D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow CBD \mid d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$



# Como transformar em FNG

Novo problema de ordenação em D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid DEBD \\ (4) \quad D \rightarrow d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$



# Como transformar em FNG

Problema de recursividade em D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid DEBD \\ (4) \quad D \rightarrow d \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \end{array} \right.$$

# Como transformar em FNG

Problema de recursividade em D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$$



# Forma Normal de Greibach

Até agora, temos uma gramática sem recursividade à esquerda e que respeita a ordenação, mas ainda não está na forma:

- ▶  $S \rightarrow \lambda$
- ▶  $A \rightarrow aw$ , onde  $w$  só tem variáveis



# Forma Normal de Greibach

Agora precisamos olhar da maior ordenação para a menor, consertando regras que não estão na FNG.

# Como transformar em FNG

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \mid DE \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$$

# Como transformar em FNG

Temos um problema na regra  $C \rightarrow DE$ , que não começa com um terminal.

Vamos substituir  $D$  por todas as suas derivações.

# Como transformar em FNG

## Problema na regra C

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow CB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDE \mid bZ_1BCBDE \mid dE \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDZ_2E \mid bZ_1BCBDZ_2E \mid dZ_2E \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$$



# Como transformar em FNG

## Problema na regra A

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow bBCB \mid bZ_1BCB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDEB \mid bZ_1BCBDEB \mid dEB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDZ_2EB \mid bZ_1BCBDZ_2EB \mid dZ_2EB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDE \mid bZ_1BCBDE \mid dE \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDZ_2E \mid bZ_1BCBDZ_2E \mid dZ_2E \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow BDZ_1 \mid BD \\ Z_2 \rightarrow EBD \mid EBDZ_2 \end{array} \right.$$



# Como transformar em FNG

## Problema nas regras Z

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow bBCB \mid bZ_1BCB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDEB \mid bZ_1BCBDEB \mid dEB \\ (1) \quad A \rightarrow bBCBDZ_2EB \mid bZ_1BCBDZ_2EB \mid dZ_2EB \\ (2) \quad B \rightarrow bZ_1 \mid b \\ (3) \quad C \rightarrow bBC \mid bZ_1BC \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDE \mid bZ_1BCBDE \mid dE \\ (3) \quad C \rightarrow bBCBDZ_2E \mid bZ_1BCBDZ_2E \mid dZ_2E \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBD \mid bZ_1BCBD \mid d \\ (4) \quad D \rightarrow bBCBDZ_2 \mid bZ_1BCBDZ_2 \mid dZ_2 \\ (5) \quad E \rightarrow c \\ Z_1 \rightarrow bZ_1DZ_1 \mid bDZ_1 \mid bZ_1D \mid bD \\ Z_2 \rightarrow cBD \mid cBDZ_2 \end{array} \right.$$



# Exemplo 1

$$\left\{ \begin{array}{lcl} (1) & A \rightarrow BC & | \quad \lambda \\ (2) & B \rightarrow BC & | \quad DC \\ (3) & C \rightarrow BC & | \quad b \\ (4) & D \rightarrow BD & | \quad c \end{array} \right. \quad | \quad a$$



# Exemplo 1

Problema de recursividade na regra B

$$\left\{ \begin{array}{lcl} (1) & A \rightarrow BC & | \quad \lambda \\ (2) & B \rightarrow BC & | \quad DC \quad | \quad a \\ (3) & C \rightarrow BC & | \quad b \\ (4) & D \rightarrow BD & | \quad c \end{array} \right.$$





# Exemplo 1

Problema de recursividade na regra B: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{lcl} (1) & A \rightarrow BC & | \quad \lambda \\ (2) & B \rightarrow DC & | \quad a \\ (2) & B \rightarrow DCZ_1 & | \quad aZ_1 \\ (3) & C \rightarrow BC & | \quad b \\ (4) & D \rightarrow BD & | \quad c \\ & Z_1 \rightarrow C & | \quad CZ_1 \end{array} \right.$$

# Exemplo 1

Problema de ordenação na regra C

$$\left\{ \begin{array}{lcl} (1) & A \rightarrow BC & | \lambda \\ (2) & B \rightarrow DC & | a \\ (2) & B \rightarrow DCZ_1 & | aZ_1 \\ (3) & C \rightarrow BC & | b \\ (4) & D \rightarrow BD & | c \\ & Z_1 \rightarrow C & | CZ_1 \end{array} \right.$$



# Exemplo 1

Problema de ordenação na regra C: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \\ (3) \quad C \rightarrow DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow BD \mid c \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \end{array} \right.$$

# Exemplo 1

Problema de ordenação na regra D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \\ (3) \quad C \rightarrow DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow BD \mid c \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \end{array} \right.$$



# Exemplo 1

Problema de ordenação na regra D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \\ (3) \quad C \rightarrow DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \\ (4) \quad D \rightarrow DCD \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow DCZ_1D \mid aZ_1D \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \end{array} \right.$$

# Exemplo 1

Problema de recursividade na regra D

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \mid DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \mid aZ_1D \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow DCZ_1D \mid DCD \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \end{array} \right.$$



# Exemplo 1

Problema de recursividade na regra D: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \mid DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \mid aZ_1D \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \mid aZ_1DZ_2 \mid aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \mid CD \mid CZ_1DZ_2 \mid CDZ_2 \end{array} \right.$$



# Exemplo 1

Agora voltando na ordenação

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \mid DCC \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid aZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \mid aZ_1D \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \mid aZ_1DZ_2 \mid aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \mid CD \mid CZ_1DZ_2 \mid CDZ_2 \end{array} \right.$$





# Exemplo 1

Problema na regra C

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \mid aZ_1C \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow DCZ_1C \mid DCC \\ (4) \quad D \rightarrow c \mid aZ_1D \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \mid aZ_1DZ_2 \mid aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \mid CD \mid CZ_1DZ_2 \mid CDZ_2 \end{array} \right.$$

# Exemplo 1

Problema na regra C: resolvido

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \mid aZ_1C \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow cCC \mid aZ_1DCC \mid aDCC \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CC \mid aZ_1DZ_2CC \mid aDZ_2CC \\ (3) \quad C \rightarrow cCZ_1C \mid aZ_1DCZ_1C \mid aDCZ_1C \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CZ_1C \mid aZ_1DZ_2CZ_1C \mid aDZ_2CZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \mid aZ_1D \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \mid aZ_1DZ_2 \mid aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \mid CD \mid CZ_1DZ_2 \mid CDZ_2 \end{array} \right.$$



# Exemplo 1

Problema na regra B, A, Zs

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad A \rightarrow BC \mid \lambda \\ (2) \quad B \rightarrow DC \mid a \\ (2) \quad B \rightarrow DCZ_1 \mid aZ_1 \\ (3) \quad C \rightarrow b \mid aZ_1C \mid aC \\ (3) \quad C \rightarrow cCC \mid aZ_1DCC \mid aDCC \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CC \mid aZ_1DZ_2CC \mid aDZ_2CC \\ (3) \quad C \rightarrow cCZ_1C \mid aZ_1DCZ_1C \mid aDCZ_1C \\ (3) \quad C \rightarrow cZ_2CZ_1C \mid aZ_1DZ_2CZ_1C \mid aDZ_2CZ_1C \\ (4) \quad D \rightarrow c \mid aZ_1D \mid aD \\ (4) \quad D \rightarrow cZ_2 \mid aZ_1DZ_2 \mid aDZ_2 \\ Z_1 \rightarrow C \mid CZ_1 \\ Z_2 \rightarrow CZ_1D \mid CD \mid CZ_1DZ_2 \mid CDZ_2 \end{array} \right.$$



# Forma Normal de Greibach

Saímos de uma gramática pequena para uma gramática com +100 regras.

Entretanto, o caminho de derivações na FNG é muito menor e, portanto, mais rápido.